

1. Caracterização da Unidade Curricular

1.1. Designação da Unidade Curricular

1.1.1. Designação

Matemática II

Curso(s):

Gestão

Gestão (P.L.)

1.1.2. *Designation*

Mathematics II

Course(s):

Degree in Management

1.2. Sigla da área científica em que se insere

1.2.1. Sigla da área científica

MT

1.2.2. *Scientific area's acronym*

MT

1.3. Duração da Unidade Curricular

1.3.1. Duração

Semestral

1.3.2. *Duration*

Semestral

1.4. Total de horas de trabalho

1.4.1. Horas de trabalho

Horas de Trabalho: 0162:00

1.4.2. *Working hours*

Working hours: 0162:00

1.5. Total de horas de contacto

1.5.1. Horas de contacto

(T) Teóricas:	0000:00	(TC) Trabalho de Campo:	0000:00
(TP) Teórico-Práticas:	0067:30	(OT) Orientação Tutorial:	0012:30
(P) Práticas:	0000:00	(E) Estágio:	0000:00
(PL) Práticas Laboratoriais:	0000:00	(O) Outras:	0000:00
(S) Seminário:	0000:00		
Horas Contacto:	0080:00		

1.5.2. Contact hours

(T) Theoretical:	0000:00	(TC) Field Work:	0000:00
(TP) Theoretical-practical:	0067:30	(OT) Tutorial Guidance:	0012:30
(P) Practical:	0000:00	(E) Internship:	0000:00
(PL) Laboratory practices:	0000:00	(O) Other:	0000:00
(S) Seminar:	0000:00		
Contact Hours:	0080:00		

1.5.3. % Horas de contacto à distância

Sem horas de contacto à distância

1.5.4. % Remote contact hours

No remote hours

1.6. ECTS

6

2. Docente responsável e respetiva carga letiva na Unidade Curricular

2.1. Docente responsável e carga letiva (preencher o nome completo)

JOSÉ MARIA ESTRELA GRAÇA SALAZAR

TPGD21 (4.5 horas semanais; 67.5 horas semestrais), TPGD22 (4.5 horas semanais; 67.5 horas semestrais)

2.2. Responsible academic staff member and lecturing load (fill in the full name)

JOSÉ MARIA ESTRELA GRAÇA SALAZAR

TPGD21 (4.5 week hours; 67.5 semester hours), TPGD22 (4.5 week hours; 67.5 semester hours)

3. Outros docentes e respetivas cargas letivas na Unidade Curricular

3.1. Outros docentes e respetivas carga letivas

ANA SOFIA RODRIGUES RÉZIO

TPGD23 (4.5 horas semanais; 67.5 horas semestrais), TPGN23 (4.5 horas semanais; 67.5 horas semestrais)

ANABELA MONTEIRO DE PAIVA

TPGN21 (4.5 horas semanais; 67.5 horas semestrais), TPGN22 (4.5 horas semanais; 67.5 horas semestrais)

3.2. *Other academic staff and lecturing load*

ANA SOFIA RODRIGUES RÉZIO

TPGD23 (4.5 week hours; 67.5 semester hours), TPGN23 (4.5 week hours; 67.5 semester hours)

ANABELA MONTEIRO DE PAIVA

TPGN21 (4.5 week hours; 67.5 semester hours), TPGN22 (4.5 week hours; 67.5 semester hours)

4. Objetivos de aprendizagem

4.1. Objetivos de aprendizagem e a sua compatibilidade com o método de ensino (conhecimentos, aptidões e competências a desenvolver pelos estudantes)

OA1. Proporcionar a aprendizagem dos conceitos, resultados fundamentais e técnicas de cálculo relativos a funções reais de duas ou mais variáveis, com ênfase na otimização livre e condicionada, ligando à otimização linear do capítulo 2.

OA2. Desenvolver raciocínio matemático e competências para aplicar conhecimentos na resolução de problemas, justificando com clareza e rigor os métodos utilizados e os resultados obtidos.

OA3. Estudar séries redutíveis e conduzir o estudante à perspectiva da teoria da convergência, à possível "finitude do infinito". Reconhecer padrões, identificar a natureza de uma série e selecionar o critério adequado. Desenvolver a capacidade de justificar, sobretudo quando a soma não pode ser calculada. Compreender a série de Taylor de uma função, as condições em que esta é a soma da sua série e como as derivadas de ordem superior, mais difíceis de calcular, podem ser obtidas a partir dos coeficientes da série, sem necessidade de as calcular diretamente.

4.2. *Learning objectives and their compatibility with the teaching method (knowledge, skills and competencies to be developed by students)*

LO1. Provide the learning of the concepts, fundamental results and computational techniques related to real-valued functions of two or more variables, with emphasis on unconstrained and constrained optimization, linked to linear optimization in chapter 2.

LO2. Develop mathematical reasoning and skills to apply knowledge in problem solving, justifying with clarity and rigor the methods used and the results obtained.

LO3. Study reducible series and guide the student to the perspective of the theory of convergence, to the possible "finiteness of infinity". Recognize patterns, identify the nature of a series and select the appropriate criterion. Develop the ability to justify results, especially when the sum cannot be calculated. Understand the Taylor series of a function, the conditions under which it equals the function, and how higher-order derivatives, more difficult to compute, can be obtained from the coefficients of the series without direct calculation.

5. Conteúdos programáticos

5.1. Conteúdos

1. Funções reais de duas ou mais variáveis reais

- 1.1. Definições. Caso particular das funções reais com duas variáveis: representação gráfica dos domínios planos. Curvas de nível.
- 1.2. Planos, superfícies parabólicas, esféricas, sinusoidais e outras.*
- 1.3. Operações com funções.
- 1.4. Limites e continuidade.*
- 1.5. Derivadas parciais de 1ª ordem e interpretação geométrica. Derivadas de ordem superior. Teorema de Schwarz. Funções de classe C^p .
- 1.6. Derivada da função composta (regra da cadeia) e Teorema da derivada da função implícita.
- 1.7. Derivada direcional e direção do vetor gradiente.
- 1.8. Função diferenciável.*
- 1.9. Funções homogêneas: definição e propriedades.
- 1.10. Extremos relativos simples e extremos condicionados - método dos multiplicadores de Lagrange.

2. Otimização linear

- 2.1. Formulação de problemas de programação linear.
- 2.2. Resolução gráfica de problemas com duas variáveis.
- 2.3. Conceitos de dualidade e análise de sensibilidade (abordagem gráfica), com interpretação económica.

Sucessões e séries de números reais

- 3.1. Sucessões: revisão e complementos (três teoremas de Cauchy para o cálculo de limites de sucessões).
- 3.2. Séries de números reais. Definição e exemplos de séries redutíveis: geométrica, telescópica e Séries de Mengoli.
- 3.3. Propriedades gerais das séries.
- 3.4. Critérios de comparação para séries de termos não negativos: critério geral e um corolário, critério do integral, critério da razão (D'Alembert) e critério da raiz (Cauchy).
- 3.5. Convergência absoluta e convergência simples. Séries alternadas.
- 3.6. Séries de potências.
- 3.7. Série de Taylor.

Nota. Os pontos assinalados com * são de carácter referencial e não têm incidência em avaliação, por se situarem além do âmbito definido para a unidade curricular.

5.2. Syllabus

1. Real-valued functions of two or more real variables
 - 1.1. Definitions. Special case of real-valued functions with two variables: graphical representation of planar domains. Level curves.
 - 1.2. Planes, parabolic, spherical, sinusoidal and other surfaces.*
 - 1.3. Operations with functions.
 - 1.4. Limits and continuity.*
 - 1.5. First-order partial derivatives and geometric interpretation. Higher-order derivatives. Schwarz's theorem. C^p functions.
 - 1.6. Derivative of the composite function (chain rule) and the Implicit Function Theorem.
 - 1.7. Directional derivative and gradient vector.
 - 1.8. Differentiable function.*
 - 1.9. Homogeneous functions: definition and properties.
 - 1.10. Relative extrema and constrained extrema - method of Lagrange multipliers.
2. Linear optimization
 - 2.1. Formulation of linear programming problems.
 - 2.2. Graphical solution of problems with two variables.
 - 2.3. Concepts of duality and sensitivity analysis (graphical approach), with economic interpretation.

Sequences and series of real numbers

- 3.1. Sequences: review and complements (three theorems due to Cauchy for the computation of sequence limits).
- 3.2. Series of real numbers. Definition and examples of reducible series: geometric, telescopic and Mengoli series.
- 3.3. General properties of series.
- 3.4. Comparison tests for series with non-negative terms: general test and a corollary, integral test, ratio test (D'Alembert) and root test (Cauchy).
- 3.5. Absolute and conditional convergence. Alternating series.
- 3.6. Power series.
- 3.7. Taylor series.

Note. The items marked with * are of a referential nature and are not subject to assessment, as they lie beyond the scope defined for the course unit.

6. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos

6.1. Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

Os conteúdos programáticos estão diretamente alinhados com os objetivos definidos. O estudo das funções reais de duas ou mais variáveis e da otimização (Capítulos 1 e 2) concretiza o OA1, permitindo adquirir conceitos, resultados fundamentais e técnicas de cálculo, bem como compreender a ligação da otimização condicionada do capítulo 1 com a otimização linear do 2. Em todos os capítulos, a resolução de problemas e a apresentação rigorosa das soluções contribuem para o OA2, desenvolvendo raciocínio matemático e capacidade de justificar métodos e resultados. O estudo de sucessões e séries (Capítulo 3) está orientado para o OA3, introduzindo a teoria da convergência e treinando a capacidade de reconhecer padrões, aplicar critérios adequados e compreender resultados para além do cálculo direto de somas.

6.2. *Demonstration of the syllabus coherence with the curricular unit's objectives*

The syllabus is directly aligned with the defined learning outcomes. The study of real-valued functions of two or more variables and optimization (Chapters 1 and 2) addresses LO1, enabling the acquisition of concepts, fundamental results and computational techniques, as well as understanding the link between constrained optimization in Chapter 1 and linear optimization in Chapter 2. In all chapters, problem solving and the rigorous presentation of solutions contribute to LO2, developing mathematical reasoning and the ability to justify methods and results. The study of sequences and series (Chapter 3) is oriented towards LO3, introducing the theory of convergence and training the ability to recognize patterns, apply appropriate criteria and understand results beyond the direct calculation of sums.

7. Metodologias de ensino

7.1. Metodologias de ensino e de aprendizagem específicas da unidade curricular articuladas com o modelo pedagógico

O ensino combina exposições teóricas com aulas práticas, articulando permanentemente conceitos fundamentais, resultados principais e técnicas de cálculo com a sua aplicação a problemas concretos. A plataforma Moodle é a base de comunicação, permitindo que as aulas se estendam para além do horário letivo, disponibilizando fóruns de dúvidas e partilhas, moderados em conjunto por docentes e alunos; e bases de dados de perguntas usadas sobretudo para autoavaliações. As sessões práticas, centradas na resolução de exercícios, estimulam a participação ativa dos estudantes, a interação entre pares e o desenvolvimento do raciocínio matemático.

7.2. *Teaching and learning methodologies specific to the curricular unit articulated with the pedagogical model*

Teaching combines theoretical lectures with practical classes, permanently articulating fundamental concepts, main results and computational techniques with their application to concrete problems. The Moodle platform is the communication hub, extending the learning environment beyond classroom hours, with discussion forums and shared resources, jointly moderated by teachers and students, as well as question databases mainly used for self-assessment. Practical sessions, focused on problem solving, stimulate students' active participation, peer interaction and the development of mathematical reasoning.

8. Avaliação

8.1 Avaliação

A avaliação contínua é realizada através de dois testes escritos: o primeiro, sobre a matéria dos capítulos 1 e 2, com ponderação de 60%, e o segundo, sobre a matéria do capítulo 3, com ponderação de 40%. Para continuar neste regime, o estudante deve obter, no primeiro teste, uma classificação mínima de 7 valores (em 20). O segundo teste tem lugar na data do exame da época normal.

Em alternativa, o estudante pode realizar o exame final, com ponderação de 100%.

8.2 *Evaluation*

Continuous assessment consists of two written tests: the first, covering chapters 1 and 2, with a weight of 60%, and the second, covering chapter 3, with a weight of 40%. To continue in this regime, students must obtain a minimum grade of 7 (out of 20) in the first test. The second test is held on the same date as the regular exam.

Alternatively, students may take the final exam, which accounts for 100% of the grade.

9. Demonstração da coerência das metodologias

9.1. Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da Unidade Curricular

As metodologias propostas garantem a concretização dos objetivos de aprendizagem. As exposições teóricas introduzem os conceitos fundamentais e os resultados principais, permitindo alcançar o OA1, enquanto a resolução de exercícios nas aulas práticas, apoiada por ferramentas digitais, promove a consolidação de técnicas de cálculo e a articulação com problemas de otimização, livres, condicionados e lineares. A participação ativa em fóruns e atividades de autoavaliação na plataforma Moodle contribui para o OA2, desenvolvendo a capacidade de argumentar com clareza e rigor na resolução de problemas. O OA3 é especialmente trabalhado através de exercícios e questões de escolha múltipla disponíveis na base de dados, que permitem treinar o reconhecimento de padrões e a seleção do critério adequado, mesmo sem recorrer a cálculos extensos.

9.2. *Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the learning outcomes*

The proposed methodologies ensure the achievement of the learning outcomes. Theoretical lectures introduce the fundamental concepts and main results, supporting LO1, while problem-solving in practical classes, supported by digital tools, consolidates computational techniques and their connection with unconstrained, constrained and linear optimization problems. Active participation in Moodle forums and self-assessment activities contributes to LO2, fostering the ability to argue clearly and rigorously in problem solving. LO3 is particularly addressed through exercises and multiple-choice questions available in the question database, which train the recognition of patterns and the selection of the appropriate convergence test, without requiring extensive calculations.

10. Bibliografia de consulta/existência obrigatória

Anton, H. (1995). Calculus with analytic geometry (5th ed.). John Wiley & Sons.
 Hillier, F., & Lieberman, G. (2005) Introduction to operations research (8th ed.). McGraw-Hill.
 Larson, R., Edwards, B., & Hostetler, R. (2006). Cálculo (8th ed., vols. 1 and 2). McGraw-Hill.
 Sá, A., & Louro, B. (2009). Sucessões e séries. Escola Editora.
 Sarrico, C. (1997). Análise matemática. Gradiva.
 Taha, H.A. (2003). Operations research: an introduction (7th ed.). Prentice-Hall.
 Winston, W. (2004). Operations research: applications and algorithms. Duxbury Press.
 Salazar, J. (2019). Sebentas de Matemática I II, ISBN 978-989-20-9862-3 e 978-989-9864-5.

11. Observações

11.1. Observações

11.2. *Observations*